El siguiente material fue extraído de: http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/

Matemática en la escuela: en busca del sentido

1. Introducción:

La matemática puede ser encontrada en todos los diseños curriculares de la EGB y el Polimodal –aunque en este caso, en menor medida-. Es, casi sin dudar, la disciplina con mayor carga horaria tanto en la enseñanza obligatoria como en la posterior. Aun en las carreras universitarias, son pocas las orientaciones que no incluyen una o más materias de matemática.

La presencia de la matemática en la escuela aparece como algo natural y a la vez cuestionado; se empiezan a escuchar muchas voces que la cuestionan: ***¿por qué estudiar matemática en la escuela? Y, ¿es necesario que todos los alumnos estudien matemática?***

Esta es una pregunta que se han planteado prestigiosos autores de quienes se retomarán aquí los principales argumentos.

Por ejemplo, de **Yves Chevallard**, didacta francés, retomamos el contenido de una conferencia titulada: “La sociedad frente a la cultura”[1] y los aportes del libro *Estudiar matemática*. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje, publicado conjuntamente con **Marianna Bosch**[2] y **Joseph Gascón**[3].

Yves Chevallard es profesor en el Instituto Universitario de Formación de Profesores (IUFM) y de Investigación Matemática en la Universidad de Aix Marseille, Francia. Es conocido internacionalmente por su teoría de la transposición didáctica y últimamente por el fértil desarrollo de la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD).

También han sido consideradas algunas ideas del libro: *Hacer matemática: el placer del sentido*[4], sin traducción al español, escrito por tres autores, dos franceses y un belga: **Bernard Charlot**[5], **Rudolph Bkouche**[6] y **Nicolas Rouche**. Y por último *El valor de educar*, del **filósofo Fernando Savater**.

Fernando Savater, filósofo español, es catedrático de la Universidad del País Vasco. Su producción ensayística es abundante, algunas muy conocidas como *Invitación a la ética*, *Contra las patrias*, *Ética como amor propio*, *Ética para Amador* y *Política para Amador*.

Para responder a la pregunta de por qué enseñar matemática en la escuela se han dado y se siguen dando distintas respuestas a la par que algunas objeciones a ellas. Siguiendo a los autores citados: **Charlot**, **Bkouche** y **Rouche**, una de las respuestas habituales es:

“Hay que aprender matemáticas en la escuela porque las matemáticas son útiles en la vida”

Y a continuación señalan: *“pero en realidad, pocas personas recurren en la realidad de la vida cotidiana a una matemática un poco sustancial. Y además, de más en más, las calculadoras o computadoras evitan tener que usar las nociones matemáticas, empezando por las operaciones aritméticas”*.

Si este argumento se refiere a las necesidades de la vida cotidiana o a las necesidades que se plantean en los distintos oficios, no se necesita mucha matemática. Por supuesto, para alguien que no pueda realizar los cálculos elementales, calcular o controlar un vuelto, medir los objetos que lo rodean, será muy difícil desenvolverse en la vida, pero esos son aprendizajes de los primeros años escolares... cuya presencia en la escuela no necesita demasiada justificación.

En una casa en construcción o en el molde que dibuja una modista hay mucha matemática; se la puede identificar pero no es necesario conocerla. El albañil no sabe que está usando el teorema de Pitágoras para lograr que la esquina de la casa le quede en ángulo recto; tiene recursos prácticos, como la famosa escuadra de lados 3, 4 y 5. Y no está nada claro que construiría mejores casas si supiera demostrar el teorema de Pitágoras.

Está claro que si el objetivo fuera lograr que los alumnos aprendan solamente esa matemática, es demasiado el tiempo asignado a su aprendizaje en la escuela. No se está afirmando que no sea necesario que esos aprendizajes se realicen en la escuela: se afirma que la escuela y la enseñanza de la matemática en ella no se puede justificar únicamente por esos aprendizajes.

Por ejemplo, durante bastante tiempo, se enseñó base dos porque las computadoras las necesitan para su funcionamiento, y efectivamente en una época era necesario conocer y dominar la base dos para poder comunicarse con una computadora. Hoy día, si bien las computadoras siguen usando base dos en sus circuitos eléctricos, ya nadie la precisa para comunicarse con la computadora y los estudiantes que sigan estudios de informática pueden aprenderla en un tiempo muy reducido. También los números romanos aparecían en la escuela para aprender a leer la hora en viejos relojes que los usan, para comprender los capítulos de los libros, el siglo en el que vivimos o conocer el siglo en el que sucedió tal o cual hecho, etc. Ya quedan pocos relojes de ese tipo, los niños casi no saben leer la hora en relojes no digitales, para los siglos es suficiente saber los números cuanto mucho hasta el 30, los libros no tienen demasiados capítulos.

Si la base dos o los números romanos siguen presentes en los programas escolares ya no es por su utilidad en las computadoras o para leer la hora en el reloj, sino que poseen un objetivo relativo al estudio de los sistemas de numeración. El estudio de los sistemas no decimales permite analizar cuál ha sido la evolución de ese concepto a través de la historia, cuáles han sido los obstáculos a su desarrollo y cuáles las ventajas de nuestro sistema de numeración, así como comprender las propiedades básicas del sistema y sus reglas de funcionamiento.

Jaim Etcheverry[7], en una nota de análisis publicada en la revista de *La Nación*[8] expresa: *“Habitualmente se destaca la importancia de la matemática para la vida diaria y para obtener beneficios económicos. Sin embargo, desde que hace 2500 años Pitágoras planteó su teorema, la humanidad ha estudiado matemática sin buscar más justificativo que la alegría de comprender las verdades profundas que se esconden en el mundo abstracto de los números. La historia de la ciencia muestra que de estas búsquedas apasionadas de las verdades hermosas y trascendentes surgen importantes aplicaciones prácticas. Por ejemplo, el encriptado que posibilitó el desarrollo* *actual del comercio electrónico se origina en una ecuación relacionada con los números primos, descubierta en la década del 70”.*

Otra de las respuestas que se da es: *“La matemática forma el espíritu, enseña a razonar y aporta rigor a tales razonamientos”.*

Es verdad que enseña a razonar matemáticamente, y que la matemática, como afirma **Guy Brousseau**, *“no es el único lugar, pero sí uno privilegiado, para ejercitar la confrontación de ideas y la gestión de la verdad, donde se puede aprender a no dejarse convencer por la seducción o el carisma del otro, sino por la validez de sus argumentos...”*[9], pero no está claro que la matemática enseñe a razonar en general, en cualquier dominio.

Guy Brousseau es doctor en Ciencias, Profesor de Didáctica de la Matemática en Bodeaux, Francia. Autor de la conocida Teoría de las Situaciones Didácticas y de numerosos conceptos didácticos teóricos.

Por otra parte, como señalan **R. Charlot**, **R. Bkouche** y **N. Rouche**, ***“¿no resulta, muchas veces, un poco absurdo razonar matemáticamente fuera del campo de los problemas matemáticos?”***.

La matemática provee una manera particular de pensar y producir conocimiento; es un sistema teórico que permite conocer la realidad de una cierta manera y eso tiene un valor formativo si se piensa a la escuela como distribuidora de cultura.

Se dice también: *“La matemática merece ser estudiada porque es bella”.*

Como dice Jaim Etcheverry en la nota ya citada: *“La admiración por la belleza es un rasgo común de los matemáticos, que unas veces la encuentran en la simpleza de una prueba, otras en la compleja sofisticación del edificio conceptual que terminan de construir. Tal vez la razón más importante para aprender matemática resida en esa belleza. El desarrollo de una prueba requiere creatividad, determinación e intuición; pero, a lo largo del camino, el matemático recurre a su sentido estético para orientarse hacia la pista correcta”.*

Retomando una de las objeciones citadas por los tres autores mencionados previamente: *“escuchando hablar a buena parte de la población, se puede percibir que esta belleza no llega a todos por igual, no es percibida por todos de la misma manera”*. También, en un sentido próximo al anterior, se dice: *“La matemática es como un juego, y se puede obtener placer al trabajar matemáticamente, y merece ser practicada por ella misma, pero, y ¿si sólo una minoría logra jugar con la matemática?”* **¿Y si para muchos ese juego aparece como frustrante?** *“Y, por otra parte, ¿los juegos no resultan demasiados gratuitos para mucha gente?”*

Finalmente, *la matemática es considerada una disciplina difícil*, sólo para elegidos con mente privilegiada, *es ocasión para algunos de probar su fuerza, de afirmarse intelectualmente y de demostrar que forman parte de ese grupo selecto*. Pero ***"¿para cuántos, por el contrario, la matemática sirve para persuadirlos de su incapacidad... equivocadamente o no?”***

Si retomamos nuevamente la nota de análisis citada anteriormente y escrita por Jaim Etcheverry, se puede leer: *“La importancia de enseñar matemática va más allá de lograr que los niños sepan hacer cálculos para desempeñarse en la vida diaria o para conseguir dinero. Con la matemática se aprende una manera de ver las cosas, de analizarlas, los números son lo de menos. El asunto es entender. Aprender a manipular esos conceptos abstractos nos permite entrever la abismal dimensión de nuestro propio misterio al advertir que cada uno de nosotros encierra, dentro de sí, posibilidades infinitas de crear originales universos eternos”.*

Tantas preguntas, tantas dudas…

[1]Chevallard, Yves (1992), “La societé face a la culture”, *Education Nº 281*, febrero de 1992, Francia.
[2]Bosch, Marianna: es doctora en Didáctica de la Matemática y profesora en la Universidad Autónoma de Barcelona.

[3]Gascón, José: doctor en Matemática y profesor de enseñanza secundaria. Profesor de Didáctica de la Matemática en la Universidad Autónoma de Barcelona.

[4]Bkouche, R; Charlot B.; Rouche N. (1991), *Faire des mathématiques: le plaisir du sens,* Armand Colin Editeur, París, Francia.

[5]Charlot, Bernard: profesor de psicopedagogía en la Escuela Normal de Mans, actualmente profesor de Ciencias de la Educación en la Universidad París VIII (Saint Denis). Tema de interés e investigación: fracaso escolar, y epistemología e ideología subyacentes a las prácticas de enseñanza de la matemática.

[6]Bkouche, Rudolph: profesor de Matemática en la Universidad de Lille, Francia. Tema de interés e investigación: historia y epistemología de la matemática.

[7]Jaim Etcheverry, Guillermo: actual rector de la Universidad de Buenos Aires, autor entre otras obras de *La tragedia educativa*.

[8]Mayo del 2000, en ocasión del Año Internacional de la Matemática.

[9]Brousseau, Guy (1986), “Teorización de los fenómenos de enseñanza de la matemática”, tesis presentada en la Universidad de Bordeaux para obtener el grado de Doctor de Estado en Ciencias.

2. ¿Por qué es necesario aprender matemática en la escuela?

Se pueden avanzar argumentos en tres líneas distintas pero relacionadas, siguiendo los aportes de los autores citados:

- porque forma parte del pensamiento humano;
- porque es una obra, una construcción de la humanidad, y como tal se transmite a las nuevas generaciones;
- y porque es una necesidad de la sociedad en que vivimos.

La matemática debería enseñarse en la escuela **porque forma parte del pensamiento de toda persona** de la misma manera que forman parte el dibujo o el deseo de representar objetos, personas, aspectos de la vida que la rodea en un papel. Es natural en los niños que disponen de lápices y papeles ponerse a dibujar, aun fuera de toda enseñanza; las tribus primitivas lo hicieron aun sin contar con esos elementos.

¿No es suficiente haber visto un alumno, una sola vez, ponerse a pensar y actuar sobre un dominio de cuestiones que estén a su nivel, para saber que el pensamiento matemático está latente en su espíritu?

La imaginación y la lógica pertenecen a la esencia misma del pensamiento humano.

Lo importante en el aprendizaje de la matemática es la actividad intelectual del alumno, cuyas características tal como **Piaget** las ha descrito, son similares a aquellas que muestran los matemáticos en su actividad creadora: el pensamiento parte de un problema, plantea hipótesis, opera rectificaciones, hace transferencias, generalizaciones, rupturas, etc. para construir poco a poco, conceptos y, a través de esta construcción de conceptos, poder edificar sus propias estructuras intelectuales.

La respuesta es evidente, ***¿con qué derecho se amputaría al pensamiento de alguien de su dimensión matemático por defecto de la enseñanza?***

Una de las maneras más claras de confirmar estas afirmaciones es escuchar a las madres relatar los razonamientos lógico-matemáticos que realizan sus niños de corta edad... aun sin haber ido a la escuela.

No educar matemáticamente a un niño es mutilar, desfigurar su pensamiento, impedir que se desarrolle una parte importante de él. Hay que enseñar matemática a todos pero con una restricción fuerte: toda persona tiene el derecho de ser preservado de una matemática que haya perdido su razón de ser. Toda persona tiene derecho a entrar en el universo matemático, a aprender matemática sin pérdida del sentido que tiene, en la acepción más plena de la palabra.

Si se aceptan estas conclusiones, la matemática no debería ser una disciplina aparte, situada a un costado del pensamiento común, y que podría ser objeto de estudio solamente de algunos. Es, por decirlo así, una fase del pensamiento. No hay pensamientos concretos al lado de pensamientos abstractos. El pensamiento es conceptualizante por naturaleza y predispuesto a la matemática.

En relación con el segundo punto mencionado: **porque es una obra, una construcción de la humanidad y como tal se transmite a las nuevas generaciones**.

Como dice F. Savater[1], "*ser humano consiste en la vocación de compartir lo que ya sabemos entre todos, enseñando a los recién llegados al grupo cuanto deben conocer para hacerse socialmente válidos, pero el hecho de enseñar a nuestros semejantes y de aprender de nuestros semejantes es también importante para el establecimiento de nuestra humanidad. No somos iniciadores de nuestro linaje, aparecemos en un mundo donde ya está vigente la huella humana de mil modos y existe una tradición de técnicas, mitos y ritos de la que vamos a formar parte y en la que vamos también a formarnos*".

La matemática forma parte de ese legado cultural, es una construcción humana, es parte de la cultura de nuestra sociedad y es objeto de la indagación infantil desde muy temprana edad. El niño se formula preguntas, establece relaciones, cuya sistematización remite a los objetos de la matemática.

Por ejemplo, todos conocen niños de 4 o 5 años que antes del aprendizaje sistemático de la serie numérica en la escuela son capaces de recitar muchos números de la serie, a veces hasta 30 o 50. De memoria, se dirá… pero de memoria ***¿a partir de qué? ¿De escuchar recitar la serie hasta el 30? ¿Cuántas veces tiene oportunidad un niño de escuchar recitar los números hasta el 30? Y si fuera sólo repetición, ¿por qué con mucha frecuencia los niños dicen: "diez y uno, diez y dos, diez y tres…", nombres que nunca han escuchado?***

Estos nombres "inventados" muestran un gran esfuerzo por explicarse el sistema de numeración que han ido construyendo a partir del contacto con diversos números o algunas porciones de serie, pero casi nunca con la serie suficientemente completa y extendida. Si después del veinte siguen: veintiuno, veintidós, ***¿por qué no seguirían, después del diez, diez y uno, diez y dos...?*** Los niños esperan que existan regularidades en la matemática. Y las hay… La serie numérica, tanto escrita como oral, aunque en forma diferente, muestra grandes regularidades, si bien también algunas excepciones. Descubrir las regularidades de la serie permitirá a los niños empezar a comprender el sistema numérico y entrar en el maravilloso mundo de los números, no reduciendo su aprendizaje a ir apropiándoselos al ritmo de una decena por semana como ocurre con frecuencia en la escuela.

Investigaciones didácticas como la de **Lerner** y **Sadovsky**[2] muestran cómo los niños van aproximándose al conocimiento del sistema de numeración, qué tipo de relaciones establecen, a qué conceptualizaciones arriban, qué argumentos van elaborando para justificarlas…y sobre qué construcciones, propias de los niños, pueden apoyarse los docentes para organizar su tarea de sistematización.

También en Lengua, investigadores como **Emilia Ferreiro** han puesto en evidencia el trabajo cognitivo de los niños incluso previamente a toda enseñanza organizada por las instituciones educativas. Teniendo el conocimiento lingüístico del lenguaje hablado como saber previo, elaboran hipótesis y hacen anticipaciones que van confrontando con la realidad en contacto con hablantes o portadores de texto que los rodean. Muestran, por ejemplo, *"que poseen un conocimiento de las reglas fonológicas, sintácticas y semánticas de su lengua absolutamente sorprendente. Un chico de 6 años sabe lo que es un verbo antes de conocer la palabra 'verbo'. Si le decimos algo como 'los patos rápido' nos dirá '¿Qué? ¿Los patos* ***nadan*** *rápido?.' Más aún, un chico de 3 años conoce la diferencia entre radical y desinencia verbal cuando construye formas verbales que no ha escuchado de los adultos, tales como ponió, poní, puniste. Sus 'errores' responden a una búsqueda de coherencia interna dentro del sistema de la lengua y no a una repetición ciega de lo escuchado en su entorno".*[3]

Las construcciones personales que muestran y explicitan con alegría los niños en edades tempranas continúan en edades más avanzadas; sin embargo, no es tan fácil detectarlas, por distintos motivos. Pero también en conocimientos matemáticos más avanzados los niños y jóvenes van elaborando explicaciones a preguntas que les plantea la enseñanza o se plantean a sí mismos.

Por ejemplo, alumnos que construyen un sistema diferente al Simela para la medición de longitudes a partir de las unidades de medida más usuales en la vida cotidiana, como el m y el cm. Por ejemplo, considerar que entre esas unidades se puede establecer una relación 1 a 100 y asignar en la escritura dos lugares para la representación escrita de los centímetros. De esta manera 3,5 m puede ser interpretado como 3m y 5 centímetros, ya que si fuera 50 cm, sería escrito como 3,50 m.

[1]Savater, Fernando (1997), *El valor de educar,* Ariel, España.
[2]Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994), "El sistema de numeración. Un problema didáctico", en *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones,* Parra, C. y Saiz I., Paidós Educador, Buenos Aires.
[3]Ferreiro, Emilia (1975): Trastornos de aprendizaje producidos por la escuela. Conferencia pronunciada en Buenos Aires en el III Congreso Latinoamericano de Psiquiatría infantil, con el título: "Trastornos específicos del aprendizajes por des adecuación entre el desarrollo operatorio y el curricular"

3. La matemática como actividad humana:

Que una construcción humana, una obra como la denomina **Chevallard**[1], se enseñe en la escuela, *"es el resultado de decisiones tomadas por los hombres a lo largo de la historia. Las obras humanas responden siempre a un conjunto de cuestiones, de necesidades, aunque estas pueden haberse perdido u olvidado con los años".*

Estas obras, la escuela, el currículum, son obras abiertas, siempre inacabadas, que evolucionan con la sociedad.

Podemos ver que tanto el procedimiento del cálculo de la raíz cuadrada como el necesario para determinar el logaritmo de un número han desaparecido; su aprendizaje ocupaba mucho tiempo en la escolaridad obligatoria, pero las posibilidades técnicas de una calculadora los han hecho desaparecer de la escolaridad.

Otra característica fundamental de las obras a enseñar en la escuela es que ayuden a acceder a otras obras de la sociedad, y aquí la matemática es un buen ejemplo por la posibilidad que brinda para acceder a otras obras[2].

Por el momento, la matemática sigue formando parte del proyecto educativo de nuestra sociedad, del conjunto de obras que todos debemos estudiar. Pero esto no significa que siempre siga siéndolo.

"La presencia familiar de la matemática en la cultura, como lo fue en otras épocas, ha ido desapareciendo. Nadie se interroga actualmente por qué los niños aprenden música o practican deportes. ¿Por qué? Porque sí… Pasa lo mismo con todas las actividades muy marcadas por una pertinencia cultural fuerte y eso las hace evidentes"[3], dice Chevallard.

¿Por qué los niños aprenden a jugar al fútbol? Porque sí, porque está en la sociedad y dentro de lo que puede significar ser argentino se incluye el gusto por el fútbol.

Y pasando al tercer punto: **Porque la enseñanza de la matemática responde a necesidades sociales, no individuales**. Chevallard, en su conferencia ya citada –"La sociedad frente a la cultura"– continúa diciendo: *"la matemática se encuentra hoy en día en el corazón de nuestra sociedad, porque es el nervio del funcionamiento social (cosa que no sucedía en siglos anteriores) pero la matemática, y en general las ciencias, viven en una semiclandestinidad cultural. Si, así como se corta la luz, se pudiera cortar la matemática, todo o casi todo se pararía. Por ejemplo, si no hubiera matemática, no se podría controlar el tráfico de aviones y sería una catástrofe".*

Y sigue afirmando Chevallard, *"esta es una contradicción esencial. No poseemos la cultura de nuestras necesidades sociales, que incluyen de manera creciente necesidades matemáticas. Cada día desconocemos un poco más en el mundo en el que vivimos. El adolescente que no quiere estudiar matemática en la escuela le debe buena parte de aquello que considera importante en su vida: por ejemplo, los discos compactos son matemáticas cristalizadas, realizadas en un soporte físico. La matemática aflora por todos lados en los gestos más cotidianos.*

Los trabajadores científicos se afanan bajo la superficie, pero se ignora sin dificultad que se les debe a ellos seguir viviendo muchas veces en las condiciones que se desea.

El divorcio entre la cultura y la sociedad es uno de los dramas de la actualidad. Sin duda se conocen algunos síntomas: el déficit crónico de ingenieros... Las sociedades no logran satisfacer sus necesidades, por ejemplo en recursos científicos y tecnológicos, porque sufren de una inadaptación cultural grave.

Es verdad, no se puede obligar a nadie a estudiar ciencias, pero si se eleva el nivel científico de la sociedad, si una mayor cantidad de alumnos logran establecer una relación diferente con las ciencias, habrá posibilidades de que más personas se dediquen a las ciencias, o bien posean los conocimientos necesarios para tomar decisiones acertadas; por ejemplo los políticos, en el momento de decidir las partidas destinadas a educación o a la investigación. El cuestionamiento a la enseñanza de la matemática forma parte de esta inadecuación cultural".

Chevallard señala una paradoja: *"cada vez son más numerosas las prácticas sociales que ponen en juego a la matemática. El número de aquellos que tendrán que manipular realmente a la matemática crece, pero sigue siendo muy pequeño con respecto al total de personas que aprenden en las instituciones escolares. La mayor parte de los alumnos que hoy estudian en la enseñanza obligatoria no necesitarán de la matemática en su futuro.*

No me refiero aquí a la matemática presente en los mil y un objetos de la vida cotidiana, pero para cuyo uso no será necesario saber matemática porque para usar estos objetos no es casi necesario usar o saber matemática. No se aprende matemática en la escuela porque se tendrá necesidad de ella más tarde...

Entonces, ¿qué puede aportarle a un alumno aprender matemática en la escuela? El punto importante de esta cuestión es que tal vez pensando individualmente un alumno no necesitará matemática, pero es la sociedad en la que vive la que la necesita. Tiene necesidades matemáticas por satisfacer. Y es por esto que necesita que los alumnos en las escuelas aprendan matemática. La escuela les recuerda que se vive en una sociedad, que antes de ser individuo se es un ser social.

En la escuela se paga el derecho de entrar en la sociedad, para convertirse en miembro activo. Rechazar la escuela es marginarse de la sociedad. La escuela es el lugar por excelencia donde se cuestiona sobre el mundo, donde se aprende a conocer el mundo.

La escuela no existe para satisfacer las necesidades individuales; cada uno de los alumnos tomado individualmente puede vivir sin necesidad de matemática o, por lo menos, sin una buena parte de la matemática que se estudia en la educación obligatoria; la escuela existe para revelar las necesidades sociales, y permitir, más tarde, contribuir a responder a ellas.

La formación general que se adquiere en la escuela no es un mito, pero no tiene sentido en la escala del individuo recluido en su individualidad. Es la formación del ser social lo que está en juego.

Se puede decir, entonces, que la presencia de la matemática en la escuela es una consecuencia de su presencia en la sociedad y, por lo tanto, las necesidades matemáticas planteadas en la escuela deberían estar subordinadas a las necesidades matemáticas de la vida en la sociedad".

¿Pero se puede hablar de para qué enseñar matemática si no se define qué es la matemática?

[1]Bosch, Gascón, Chevallard (1997), *Estudiar matemática. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, Horsori, Barcelona.

[2]En el desarrollo del enfoque antropológico (Chevallard 1996) se modeliza la matemática institucional mediante la noción de obra matemática. No se dice lo que "es" un abra matemática, pero se propone un modelo de su estructura a partir de los elementos que la constituyen.

[3]Chevallard, Y. (1992), op cit.

4. ¿Qué es la matemática?

Jean Pierre Bourguignon, en una conferencia titulada "Los desafíos de la matemática en la sociedad actual", reflexiona sobre esta pregunta. También **Chevallard**, **Bosch** y **Gascón**[1] se la plantean y desarrollan ejemplos que permiten comprender sus posturas.

Un aspecto esencial de la actividad matemática consiste en construir un modelo matemático de la realidad que se quiere estudiar, trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en ese trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente. Gran parte de la actividad matemática puede identificarse con una actividad de modelización matemática.

Veamos un ejemplo simple, en un contexto intra-matemático que permite entender, en parte, la construcción de modelos en matemática.

Todos conocen el algoritmo de la división, es decir, una serie de pasos que permiten encontrar el resultado de dividir un número por otro. Y también se conocen ciertas propiedades que cumple esta

operación.
Se puede pensar en este problema:

"Inventar una división cuyo resto sea 200 y que se pueda calcular mentalmente". (Un ejemplo de división que puede ser realizada mentalmente es 200:50 = 4)

Para responder a la consigna dada, se podría pensar en 500/3, da 100 y sobran 200, dado que 100 x 3 es 300 más los 200 de resto da los 500. ***¿Está bien?*** No, porque el resto de una división no puede ser mayor que el divisor, por lo tanto se tendrá que buscar un divisor más grande que 200, por ejemplo 300. ***¿Qué número se podría dividir por 300 para que quede como resto 200?*** Por ejemplo, 500/300 da 1 y sobran 200, que ya no se puede seguir dividiendo.

Esta es una respuesta a la tarea demandada, pero ***¿es posible encontrar varias respuestas? ¿Si se siguiera trabajando con 300 como divisor? ¿Habrá otra división cuyo divisor sea 300 y que tenga resto 200?*** Sí, es suficiente tomar cualquier número como cociente (por ejemplo 3) y calcular el dividendo: 300 x 3 más el resto (200) será el dividendo, o sea 1100. De esta manera se podrán encontrar varias divisiones, con números fáciles de calcular mentalmente y que cumplan la condición de producir un resto igual a 200. Por lo tanto, se ha armado un modelo de la situación. La expresión D = 300 x d + 200 permite generar muchas soluciones, asignando a *n* valores naturales. Y en general D= dxq + r, 0<=r<d. provee un modelo matemático de la división entera.

¿Para qué podría servir un problema como este? Para determinar para qué puede servir es importante pensar cuáles conocimientos tienen que poner en juego los alumnos para resolverlo. Una primera constatación es que el resto tiene que ser efectivamente menor que el divisor. No es solamente una definición aprendida de memoria sino que hay que usarla efectivamente para resolver el problema planteado.

Por otra parte, este problema pone en juego las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto y les hace jugar un verdadero papel de herramientas para resolver problemas y no solamente para realizar la prueba de la división.

Una enseñanza planteada de esta manera nos acerca a una matemática con sentido, donde el alumno se puede involucrar en la búsqueda de respuestas, donde lo que hace o aprende tiene una significación aportada por las situaciones que los nuevos conocimientos le permiten resolver.

En este ejemplo, se ve cómo el dominio del algoritmo puede ser trabajado de una manera conceptualmente diferente a la habitual para resolver una gran cantidad de divisiones del mismo tipo.

Entonces, si se retoma la pregunta: ***¿a partir de qué momento se puede decir que alguien hace matemática en el sentido de que trabaja con modelos matemáticos?*** No es posible trazar una frontera clara y precisa que separe de una vez por todas las actividades matemáticas de los no-matemáticas, por eso se retoma la clasificación de actividades matemáticas que elaboran Chevallard, Bosch y Gastón.

[1]Chevallard, Bosch y Gascón (1994), op. cit.

5. Tipos de actividades matemáticas

Siguiendo a **Chevallard**, **Bosch** y **Gascón** se pueden describir tres grandes tipos de actividades que podrían considerarse como matemáticas:

- “***Utilizar matemáticas conocidas****: el primer gran tipo de actividad matemática consiste en resolver problemas a partir de las herramientas matemáticas que uno ya conoce y sabe cómo utilizar, como el plomero que a partir de sus conocimientos arregla una canilla que pierde.*

- ***Aprender y enseñar matemática****: frente a un problema que no se sabe resolver se puede recurrir a un matemático que lo resuelva o bien aprender la matemática necesaria para hacerlo.*

- ***Crear matemáticas nuevas****: en principio, se podría decir que sólo los matemáticos producen matemáticas nuevas, pero en realidad, a nivel de los alumnos se puede afirmar que todo aquel que aprende matemática participa de alguna manera en un trabajo creador. Con frecuencia, para resolver un problema tendrá que modificar sus conocimientos anteriores ligera o profundamente para adaptarlos a las peculiaridades de su problema. Los alumnos no crean matemática nuevas para la humanidad, pero sí nuevas para ellos.*

La actividad matemática no puede reducirse a aprenderlas y enseñarlas, no son un fin en sí mismo, sino un medio para responder a ciertas cuestiones.”

¿Qué significa hacer matemática? Justamente es *hacerlas*, en el sentido propio del término, *construirlas, fabricarlas, producirlas*. Por supuesto no se trata de hacer reinventar a los alumnos la matemática que ya existe, sino de involucrarlos en un proceso de producción matemática donde su actividad tenga el mismo sentido que tiene para los matemáticos que crean conceptos matemáticos nuevos.

Hacer matemática no debería ser una actividad que permitiera a un pequeño número de elegidos por la naturaleza o por la cultura acceder a un mundo muy particular signado por la abstracción.

Hacer matemática es un trabajo del pensamiento, que construye conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de los conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver esos nuevos problemas, que generaliza y unifica poco a poco esos conceptos en universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y se reestructuran sin cesar.

No se trata de dar respuestas definitivas a estas cuestiones; por el contrario, cada uno de los argumentos o de las cuestiones que se abordaron abre una gran cantidad de nuevas preguntas, pero hay algo que es indiscutible y es que más allá de qué matemática se enseñe o se aprenda en la escuela, debe ser una matemática con sentido, que permita al alumno ingresar al universo matemático, no sólo conocer y aprender los conceptos fundamentales de este edificio, sino también conocer y practicar las actividades propias de esta ciencia, su forma de actuar, de obtener nuevos resultados, de validarlos..., y que fundamentalmente le permita involucrarse en el aprendizaje.

¿Cuáles son las características principales de la matemática?

Algunas reflexiones relacionadas con esta pregunta nos las plantea **Jean Pierre Bourguignon**[1] en una conferencia dirigida a profesores de matemática responsables de la formación de maestros[2], en la misma línea de preguntarse cuál es el rol de la matemática en la sociedad y de sus consecuencias sobre la enseñanza.

Y uno de los primeros aportes de este profesor en la conferencia citada corresponde a tratar de contestar sobre cuál es la naturaleza de la matemática en tanto ciencia. Y menciona los que para él son sus caracteres específicos:

Una relación particular con el lenguaje

Es importante para esto colocarse en una perspectiva histórica. La forma de expresar la matemática ha evolucionado en el curso de la historia. Se tiene hoy la idea de que una matemática perfecta sería totalmente formalizada, sabiendo sin embargo que esta matemática perfectamente *formalizada no coincidiría con la matemática producida por los matemáticos en su trabajo, ni con una matemática que se enseñe.*

El ideal de una formalización posible de la matemática se traduce, cuando se quieren enunciar hechos matemáticos, por la condición de utilizar un lenguaje preciso. De la misma manera, existe la obligación, cuando se utiliza un lenguaje imaginado, de vigilar que no introduzca imágenes erróneas. Esta condición puede ser vivida como una restricción insoportable, sobre todo si se acompaña, como es el caso a menudo, de un cambio o modificación de las palabras del lenguaje cotidiano. La utilización del lenguaje natural tiene evidentemente sus ventajas, ya que permite hacer frases, manipular permanentemente juegos de palabras. El peligro es de todos modos que, haciendo esto, se esté forzado a vivir una especie de doble vida, lo que no es nunca fácil de mantener.

Esta relación particular con el lenguaje explica seguramente en parte la tentación de reducir la matemática a un lenguaje, ya que desde el primer contacto que se tiene con ella es este aspecto el que puede ser más inquietante.

Esto supone que se reflexione realmente sobre eso y probablemente que se tome el tiempo de discutirlo con los alumnos, aunque más no sea porque constantemente se siembra el discurso matemático de frases no matemáticas, creando riesgos de confusión. Y esto vale tanto para los estudiantes avanzados como para los que recién se inician.

Una relación particular con la verdad

Para abordar esta discusión de manera totalmente seria, habría que entrar en un debate filosófico, pero no es este el lugar. Digamos, esquematizando mucho, que se puede ubicar a los matemáticos en una escala. En un extremo están los platónicos, que piensan que hay una realidad matemática a la cual se accede como a otras realidades, pero con un lenguaje particular y con miradas un poco particulares, y para los cuales haciendo matemáticas no se hace otra cosa que descubrir objetos y hechos preexistentes.

Y después, en el otro extremo, están los intuicionistas o formalistas, quienes, por el contrario, piensan que la matemática es una construcción humana que representa un consenso entre comunidades que se definen a ellas mismas. Para ellos, no hay realidad matemática, sino simplemente un discurso que tiene sus propias reglas, en particular, reglas de coherencia bien definidas sobre campos semánticos bien definidos, pero ninguna de ellas sería una realidad en sí misma. Debo confesar que no conozco a ningún matemático que, en un cierto momento de su trabajo, no reconozca adoptar un punto de vista un poco platónico. En efecto, demandarse si tal hecho es verdadero o falso fuerza ipso facto a plantear la realidad de ese hecho para saber de qué se habla.

La relación particular con la verdad tiene que ver con el hecho de que los enunciados matemáticos pueden atravesar los siglos, trascender las culturas y ser también fácilmente trasmisibles. Una de las consecuencias es que la comunidad matemática es una de las más internacionales que existen.

(…) El rol central que juega la noción de demostración como piedra angular de la disciplina, exige rigor y también esfuerzo para tomar distancia en relación con las concepciones personales o locales. (…)

Esta relación particular con la verdad tiene otra dimensión que, según mi opinión, hay que tener en cuenta seriamente al considerarla sobre el plano de la pedagogía y de la función que puede asumir la matemática en la enseñanza. En efecto, una vez que una persona (y esta persona puede ser tanto un docente como un alumno) ha establecido o comprendido una propiedad, de cierta forma se la *apropia, y esto le da un recurso suplementario para resistir a las presiones exteriores que se apoyarían sobre argumentos de autoridad.*

El éxito histórico de la matemática

Un punto al cual le doy mucha importancia es el gran éxito de la matemática, en efecto, uno de los grandes éxitos de la historia del pensamiento humano. Es así que la herencia de los matemáticos del pasado hace que se puede decir algo sensato sobre el infinito. El gran cambio se produjo hacia el fin del siglo XVII alrededor de Newton, Leibniz y algunos otros. Este período es muy importante, ya que sirvió de fundamento para el desarrollo de todo el modo de desarrollo industrial de la sociedad de hoy en día. Sin el cálculo diferencial inventado por Leibniz y Newton no habría existido la mecánica y por lo tanto tampoco la industria tal como se la conoce. Para mí, no hay duda de que la matemática, como ciencia, ha aportado cosas radicalmente nuevas que otras ciencias no habían aportado.

Evidentemente, se podrían decir muchas otras cosas sobre las especificidades de la matemática. Deliberadamente hemos centrado este texto en aquellas especificidades que parecen tener repercusiones directas sobre la enseñanza y la profesión de docente.

En matemática no sólo hay que aprender definiciones, teoremas, propiedades, sino también una forma de hacer matemática, es decir de producirla, pero también de justificar, de argumentar y de validar las afirmaciones realizadas, y aun de comunicarla utilizando un lenguaje específico, características estas que han sido señaladas como las principales de esta disciplina por los autores mencionados.

[1]Investigador matemático, Director de un IUFM (Instituto Universitario de Formación de Profesores), presidente de la Sociedad Matemática Europea, integrante del CNRS (Centro Nacional de Investigación Científica) y de la Sociedad Matemática de Francia.
[2]Actas del XXIII Coloquio InterIrem, realizado en la Grande-Motte, en mayo de 1996. Traducción propia.

La resolución de problemas en matemática

1. Introducción

En el centro de la problemática de la enseñanza de la matemática están las cuestiones de ***¿qué es la matemática?***, o ***¿en qué consiste hacer matemática?***

Tomando las palabras de **Marianna Bosch**[1], la matemática puede ser considerada como:

- *"una teoría acabada de la que hay que aprender las aplicaciones;*
- *una actividad abierta de resolución de problemas aislados;*
- *un conjunto de procedimientos algoritmizados que se aplican en situaciones estereotipadas;*
- *un conjunto de procedimientos más complejos articulados alrededor de clases de problemas;*
- *un proceso de modelización de sistemas matemáticos o extra-matemáticos."*

Como la misma autora continúa, *"no se trata de determinar si es mejor entender las matemáticas como una teoría, como una actividad intelectual o creativa, como un conjunto de procedimientos o como un proceso de modelización. O, por lo menos, no debemos plantear la discusión en términos absolutos, porque sólo llegaríamos a la conclusión de que todos tienen una parte de razón: las* *matemáticas son una teoría y un lenguaje, una actividad de utilización rutinaria de conocimientos previos y, a la vez una actividad creativa que incluye siempre un proceso de modelización".*

Más allá de decidir cuál es la verdadera naturaleza de la matemática, la autora considera que el interés está centrado en adoptar un modelo adecuado de la actividad matemática, es decir una manera de entender lo que es hacer matemática y, también enseñar y aprender matemática.

Brousseau[2], en su Teoría de las Situaciones Didácticas, plantea que **enseñar un conocimiento matemático concreto** es hacer posible que los alumnos desarrollen con dicho conocimiento (por ejemplo, los números decimales) una actividad matemática en el sentido en que él mismo precisa: *"saber matemática no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y de aplicarlos, es 'ocuparse de problemas' en un sentido amplio que incluye encontrar buenas preguntas tanto como encontrar soluciones. Una buena reproducción, por parte del alumno, de la actividad matemática exige que este intervenga en la actividad matemática, lo cual significa que formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los ponga a prueba e intercambie con otros, que reconozca los que están conformes con la cultura matemática y que tome los que le son útiles para continuar su actividad".* Por lo tanto si adherimos a estas conceptualizaciones de aprender y enseñar matemática, será necesario organizar para los alumnos situaciones matemáticas en las que los alumnos puedan desarrollar las tareas antes planteadas, para construir el conocimiento deseado, es decir, enfrentarse a situaciones donde el conocimiento al que se apunta sea la solución óptima.

Si se pretende que los alumnos hagan matemática en forma un tanto similar a la de los matemáticos, será necesario organizar para ellos situaciones problemáticas inherentes al conocimiento.

Parece existir un consenso generalizado sobre la importancia de la resolución de problemas tanto en la matemática como en su enseñanza. Sin embargo, esta actividad está lejos de poseer un único significado, y de que todos los que hablan de resolución de problemas consideren en ella una misma finalidad. Se habla de motivación a un aprendizaje posterior, aplicación de los aprendizajes realizados, contacto con la realidad…

[1]Bosch, Marianna (1997), "El estudio de campos de problemas en secundaria", conferencia (versión preliminar) en el Dpto. de Matemática y Computación de la Universidad de La Rioja, España.
[2]Brousseau, Guy (1986), "Fundamentos y métodos de didáctica de la matemática", traducción del artículo del mismo nombre aparecido en *Recherches en Didactique des Mathématiques 7.2,* La Pensée Sauvage, Grenoble-Francia, realizada por Fregona D. y Ortega F. en FaMAF, de la Universidad Nacional de Córdoba (1993).

2. Distintos paradigmas

Joseph Gascón plantea en su artículo[1] sobre este tema: *"la función que se asigne a la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, depende, por una parte, del modelo epistemológico implícito que sostiene la noción de problema de matemática y, por otra, de lo que en cada caso se crea que significa 'enseñar' y 'aprender matemática'".* El autor identifica ciertas formas ideales que denomina ***paradigmas***, y aclara que no pretende realizar una historia del papel que ha jugado la resolución de problemas en los últimos años de la enseñanza de la matemática, si bien podrán identificarse algunas de las formas más usuales de pensar la resolución de problemas.

Así, menciona el ***paradigma teoricista***, en el cual *"poniendo el acento en los conocimientos acabados y cristalizados en 'teorías' consideran la resolución de problemas como un aspecto secundario dentro del proceso didáctico global".* En este paradigma, los problemas tienden a ser trivializados y descompuestos en ejercicios rutinarios, y en particular se ignoran las tareas dirigidas a elaborar estrategias de resolución de problemas. **Por ejemplo, ubican en este caso aquellos problemas de preguntas múltiples, cuyas respuestas van construyendo la resolución del problema, dando las consignas intermedias y los recursos a usar para resolver cada una de esas pequeñas consignas**. Son problemas –según este autor- cuya función principal es aplicar las teorías, ejemplificar o justificar algunos conceptos teóricos, pero son considerados en general como funciones didácticas, es decir que no son constitutivas del conocimiento matemático. La principal característica de este paradigma es que *"ignora absolutamente los procesos de la actividad matemática como tal y, en consecuencia, no concede ninguna importancia –epistemológica ni didáctica– a la génesis y al desarrollo de los conocimientos matemáticos"*.

El ***paradigma tecnicista*** se caracteriza por asignarle muy poca importancia al dominio de las técnicas matemáticas. No puede imaginar que los alumnos puedan desarrollar por sí mismos ciertas técnicas y convierte a este aprendizaje en uno algorítmico. Como dice Gascón: *"este punto de vista puede provocar una catástrofe didáctica que es muy visible cuando afecta a los niveles más básicos de la enseñaza de la matemática. En la enseñanza primaria, en efecto, el menosprecio del dominio de las técnicas puede provocar un 'vacío' del contenido de la enseñanza hasta el punto de que al final los alumnos no puedan mostrar ningún aprendizaje efectivo, ni siquiera el dominio de las operaciones aritméticas básicas"*. Esto justificaría, según el autor, *"el surgimiento del paradigma que enfatiza los aspectos más rudimentarios del momento de la técnica y concentra en ellos los mayores esfuerzos"*.

Los dos paradigmas mencionados comparten una misma concepción psicologista ingenua del proceso didáctico, continúa el autor, que tiene en el conductismo su referencia más clara y que *"considera al alumno como una caja vacía que debe llenarse a lo largo de un proceso gradual que parte de los conceptos lógicamente más simples hasta llegar, paso a paso, a los sistemas conceptuales más complejos, o bien como un autómata que mejora el dominio de las técnicas mediante la simple repetición"*.

El ***tercer paradigma*** mencionado en el artículo corresponde al ***modernista***. Los efectos extremos de los paradigmas anteriores, pueden provocar la necesidad de rescatar la actividad de resolución de problemas en sí misma, ignorada por los paradigmas anteriores y tomarla como eje central. El paradigma modernista *"tiende a identificar la actividad matemática con la exploración de problemas no triviales"*, es decir se presentan problemas que aún no se saben resolver, se prueba con distintas técnicas o métodos, para comprobar adónde se puede llegar, se buscan problemas semejantes, etc. La idea es que los alumnos puedan tomar posesión de la situación planteada y empezar a hacer ensayos, conjeturas, proyectos de resolución y contraejemplos, que constituyen tareas típicas de la actividad exploratoria de resolución de problemas.

Gascón afirma que aunque el paradigma modernista pretende superar al conductismo clásico, *"coloca en su lugar una especie de "activismo" que no deja de constituir otra modalidad de psicologismo ingenuo fundamentada, en este caso, en una interpretación muy superficial de la psicología genética"*.

El ***cuarto paradigma*** mencionado, ***el constructivista***, pretende introducir la resolución de problemas con el objetivo de que los alumnos puedan "construir" nuevos conocimientos. El autor retoma la caracterización que hace **Douady (1986)** de una "situación problema":

- *El alumno ha de poder introducirse en la resolución del problema y ha de poder considerar lo que es una solución posible.*
- *Los conocimientos del alumno han de ser, en principio, insuficientes para resolver el problema.*

- *La "situación problema" ha de permitir al alumno decidir si una solución determinada es correcta o no.*
- *El conocimiento que se desea que el alumno adquiera ("construya") ha de ser la herramienta más adecuada para resolver el problema al nivel de conocimientos del alumno.*
- *El problema se ha de poder formular en diferentes "cuadros" (por ejemplo, cuadros físico, geométrico, algebraico) entre los que han de poderse establecer correspondencias.*

El avance que constituye este paradigma con respecto a los demás es que integra el momento exploratorio con el momento teórico, dando gran importancia al papel de la actividad de resolución de problemas en la génesis de los conceptos.

Si bien el autor presenta aún 3 paradigmas diferentes: procedimental, modelización y de los momentos didácticos, que no retomaremos aquí[2], podemos constatar en lo presentado la variedad de significados que se puede atribuir a la resolución de problemas.

Si queremos que los alumnos aprendan matemática haciendo matemática, deberemos organizar situaciones que enfrenten a los alumnos a genuinos problemas que les permitan utilizar sus conocimientos previos, elaborar conjeturas, ponerlas a prueba, etc., tal como lo enunciara Brousseau y como fue retomado en el inicio de este texto.

Estos problemas deberían constituir la ocasión de explorar situaciones que permitan la construcción de conocimientos, pero también la elaboración de técnicas para resolver tipos de problemas y no sólo problemas aislados. Esas técnicas, elaboradas primeramente con los alumnos, deberían evolucionar para abarcar cada vez un número mayor de situaciones, hasta lograr una cierta técnica general, aunque no pueda ser algoritmizada.

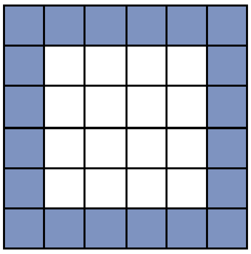
Por ejemplo, veamos un proceso posible de aprendizaje relacionado con los primeros conceptos de matemática en la escuela, como son la suma y la multiplicación de naturales. Dado que los alumnos ya han trabajado con la suma, podrán planteárseles contextos que llamaríamos de multiplicación, que podrían resolver adaptando sus conocimientos de suma. Por ejemplo, el problema[3]:

Una editorial envía libros a las librerías de distintas provincias. Los libros se colocan en cajas donde caben 5 libros. El lunes de esta semana armaron 8 cajas. ¿Cuántos libros mandaron?

Para resolverlo es necesario adaptar el conocimiento aditivo a esta nueva situación, donde los datos en juego no constituyen cantidades homogéneas, como en el caso de la suma. Si no se modificara el conocimiento anterior, se vería aparecer la resolución errónea: 5 + 8 = 13.

Problemas como este permiten que se empiece a identificar un tipo especial de problemas que luego llamaremos de multiplicación. Sin embargo, no se lograrán mayores avances en este conocimiento si no se realiza, en forma paralela, un desarrollo de técnicas de cálculo para este tipo especial de situaciones. Los alumnos no abandonarán la suma como recurso de cálculo si no disponen de otros medios para hacerlo en los cuales confíen. Entonces, el desarrollo conjunto de obtención de resultados de multiplicación y de resolución de problemas de suma y de multiplicación, y su reflexión sobre ellos, permitirá hacer avanzar el conocimiento matemático.

Un ejemplo de un proceso de construcción de conocimientos en niveles más altos de escolaridad, como es 3º ciclo, es el presentado por **Carmen Sessa** en su libro *Iniciación al estudio didáctico del álgebra*[4] al plantear la entrada al álgebra por medio de la generalización y la producción de fórmulas, como el caso de contar el número de cuadritos pintados en una cuadrícula como la siguiente y de producir una fórmula que permita ese cálculo en función de la cantidad de cuadritos del lado del cuadrado.



Las primeras situaciones presentadas pueden ser resueltas a partir de técnicas muy simples como el conteo, pero el aumento en el número de cuadraditos del lado las vuelve poco económicas y obliga a los alumnos a buscar recursos más evolucionados para simplificar la tarea.

La necesidad de estudiar y comparar las fórmulas producidas en el seno de momentos de interacción colectiva, organizados por el docente, plantea discusiones de escritura diferente de un mismo objeto matemático, y de varias respuestas a una situación, que no siempre se imaginan que pueden ser equivalentes.

Esta discusión sobre la equivalencia admite –según la autora- un trabajo en tres planos diferentes:

- *"evaluar las distintas fórmulas en números particulares y constatar que den igual (validación insuficiente, pero no incorrecta);*
- *asegurar que esto es así, pues todas las fórmulas cuentan lo mismo (es decir, apoyarse en lo correcto de cada fórmula para contar los cuaditos del borde y concluir que valen lo mismo para cada valor de la variable independiente);*
- *apoyarse en las propiedades de los números y de las operaciones para afirmar la igualdad de dos cálculos, para todo valor de* ***n****".*

Posteriormente, esa equivalencia un tanto estática debería irse transformando en leyes de transformación más dinámicas, que permitirán pasar de una escritura a otra. Estas transformaciones deberían permitir encontrar escrituras equivalentes, resolver ecuaciones, etc., pero conservando el control de las modificaciones, obteniendo en todos los casos expresiones equivalentes.

Esta propuesta, que se inicia con la resolución de una serie de problemas (o cuestiones) va desarrollando las técnicas en paralelo. **J.P. Drouahard**, citado por la autora, llama ***autómatas formales*** a los alumnos que no tienen en cuenta, cuando manipulan las expresiones del álgebra elemental, que al transformar una de ellas se debe obtener una equivalente. En este caso, la pregunta de la validación del resultado no se plantea en términos de la equivalencia de las escrituras obtenidas, sino ante todo en términos de conformidad con reglas y procedimientos ***(por ejemplo, "lo que está restando pasa sumando").***

En cambio, se pretende que los alumnos vayan construyendo sus herramientas de control y sus estrategias para seleccionar las transformaciones adecuadas para resolver un determinado problema.

Marianna Bosch, en el artículo ya citado, plantea el modelo de la actividad matemática que propone el **enfoque antropológico en didáctica de la matemática**, teoría elaborada por Yves Chevallard alrededor del año 1999 -que no presentaremos aquí-, de gran importancia para la conceptualización de la matemática y del quehacer matemático. La teoría antropológica de lo didáctico forma parte del programa epistemológico en el que se considera a la actividad matemática como objeto primario de estudio. *"La primera de las ampliaciones de 'lo matemático' estuvo protagonizada por la Teoría de las Situaciones Didácticas elaborado por Guy Brousseau a finales de los 60, que incluyó como parte integrante de los conocimientos matemáticos las condiciones de su utilización en situación escolar. La TAD amplia aún más esta problemática al considerar que no es posible interpretar adecuadamente la actividad matemática escolar sin tener en cuenta los fenómenos relacionados con la reconstrucción escolar de las matemáticas que tienen su origen en la propia institución productora del saber matemático. Esto dio origen a la teoría de la transposición didáctica (Chevallard 1985) y posteriormente a la aparición de la TAD, en la cual se toma como objeto de estudio primario de investigación la actividad matemática"*[5].

[1]Gascón, Joseph (1994), "El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas", en *Educación matemática*, vol. 6 Nº 3, diciembre de 1994, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

[2]Si bien este artículo no está disponible en internet, hay referencias de estos contenidos en otros artículos del autor, disponibles en distintos sitios. Un buscador permitirá acceder a las distintas publicaciones a partir del nombre del autor.

[3]Saiz, I., Parra, C. (1998), *Hacer matemática*, Editorial Estrada, 2º año EGB.

[4]Sessa, Carmen (2005), *Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas*, Libros del Zorzal, Buenos Aires.

[5]Gascón J. (2002) *El problema de la educación matemática y la doble ruptura de la didáctica de las matemáticas*, Barcelona, España; citado en Bezmalinovic, Horacio: *Algebrización en la proporcionalidad de magnitudes*, Universidad Autónoma de Barcelona y Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, disponible en internet.